TEMA 4: CUANTIFICADORES

Justificación

La forma de los argumentos, como totalidad, se estructura a partir de la forma de los enunciados parciales que lo componen. Es importante, por consiguiente, estudiar las características de forma de estos enunciados.

Uno de los principales elementos formales en las proposiciones son los llamados "cuantificadores". Los cuantificadores son términos del lenguaje que especifican si un enunciado se refiere a todos los elementos de una clase o sólo a alguno de ellos; es decir, sirven para distinguir entre enunciados de carácter general y particular. En este sentido ya fueron introducidos en el tema anterior los más básicos: "Todos", "Sólo algunos" y "Ninguno". Existen, sin embargo, otros dos cuantificadores de uso frecuente: "No todos" o "algunos no", que resulta de la negación de "Todos" y "algunos" que resulta de la negación de "Ninguno". En el lenguaje cotidiano estos dos nuevos cuantificadores se utilizan como sinónimos de "Sólo algunos", pero desde el punto de vista lógico son diferentes, tal y como los hemos definido. Todos ellos precisan en mayor o menor medida la "cuantía" o cantidad de elementos sobre los que se afirma o niega algo y, en este sentido, reducen la ambigüedad de las aseveraciones.

Sin embargo, los cuantificadores también son ambiguos en sí mismos y admiten varias interpretaciones. Por ejemplo, un enunciado de la forma "Todos los A son B" puede significar que A y B son la misma clase o que A es una subclase de B. Esto, evidentemente, debe tenerse muy en cuenta a la hora de evaluar las proposiciones en los argumentos. Igualmente deberá tenerse en cuenta el hecho de que sólo los cuantificadores "Ninguno" y "Algunos" proporcionan una forma "reversible" a los enunciados: es lo mismo afirmar "Ningún A es B" que "Ningún B es A". Del mismo modo, "Alguna A es B" significa lo mismo que "algún B es A". Con los demás cuantificadores no ocurre esto mismo.

También a la hora de producir nuestros propios argumentos, debemos tener cuidado en elegir los cuantificadores más apropiados. "Todos" y "Ninguno", en cuanto que son de carácter general, suponen un mayor conocimiento y ofrecen mayor información que los demás; pero, por esto mismo, se corre un mayor riesgo de error al utilizarlos.

Este tema pretende familiarizar al alumno con los cuantificadores, descubriendo y clarificando todos los aspectos señalados anteriormente. Para ello, tras mostrar el sentido en que los cuantificadores precisan los enunciados, se les lleva a apreciar su propia ambigüedad estudiándolos uno por uno. Simultáneamente se considera el problema de la ilegitimidad de la mayoría de las inversiones, como tendencia frecuente que debe tratarse de corregir y eliminar.

Objetivos del tema 4: Al final del tema el alumno debería ser capaz de:

- Precisar mediante el cuantificador más adecuado proposiciones de contenido real conocido, sobre la base de este conocimiento.

- Aplicar a una misma proposición de contenido verdadero conocido todos los cuantificadores que admita sin hacerla falsa.

- Reconocer y justificar las distintas alternativas de interpretación de los cuantificadores "ambiguos" ("Todos", "No todos", "Algunos" y "Sólo algunos").

- Identificar las proposiciones que son reversibles teniendo en cuenta únicamente su contenido y especificar concretamente su inversa.

- Identificar las proposiciones que son reversibles teniendo en cuenta su forma (cuantificadores) y especificar concretamente su inversa.

Tema 4: CUANTIFICADORES

<u>Sesión 1:</u> Precisión y ambigüedad de los cuantificadores.

* En el tema anterior hablamos del concepto de "cuantificador"; ¿alguien puede decirme a qué nos referíamos con este concepto?

- Son palabras que indican la cantidad de una cosa.
- Son términos que indican a cuantos elementos de una clase nos referimos.

(Precisar convenientemente las respuestas si no son del todo aceptables).

* Muy bien, y ¿qué conceptos, qué términos cuantificadores principales aprendimos?

- "Todos", "Sólo algunos" y "Ninguno".

* Bien, vamos a recordarlos de nuevo escribiendo su significado en la pizarra, tal y como lo hicimos la otra vez. A ver, ¿ a cuántos elementos de una clase nos referimos con el término "Todos"?

- A cada uno de ellos.
- A la totalidad.

(Ir escribiendo el significado de los términos a medida que sean explicados por los alumnos, según el formato que se indica después).

* Bien, ¿y qué significa "Sólo algunos"?

- Parte de los elementos de una clase.

* ¿Y "Ninguno"?

- Ni uno sólo de los elementos de una clase.

TODOS: Cada uno de los elementos de una clase.
SOLO ALGUNOS: Parte de los elementos de una clase.
NINGUNO: Ni uno sólo de los elementos de una clase.

----

* Y fijándonos en estos cuantificadores, ¿recordáis de qué forma nos servían para diferenciar los enunciados?

- Sí, los "Generales" que se hacen con Todos y Ninguno y los "Particulares" cuando se refieren Sólo a algunos.

* Bien, esto es lo que aprendimos el día pasado. Hoy vamos a reflexionar un poco más sobre estos importantes conceptos. En primer lugar, ¿a alguien se le cocurre alguna otra razón por la que pueden ser importantes estos cuantificadores, aparte de diferenciar los enunciados en particulares y generales?

(Se trata de ver si son capaces de apreciar que los cuantificadores "precisan " el significado de los enunciados. Si aparece este tipo de respuestas felicitarla, pero en cualquier caso continuar como sigue:).

* Imaginad que alguien os dice que "las culebras son animales peligrosos". ¿Creéis que se referirá a todas las culebras o sólo a algunas?

- A todas.
- Sólo a algunas.

(Recoger las respuestas de varios para que sea notable el desacuerdo existente; si sobre todo se afirmase la segunda de las respuestas anotadas, señalar que se debe responder considerando el significado de la afirmación y no la creencia propia sobre el contenido de la misma).

* Por lo que veo, no estáis de acuerdo en lo que realmente se indica en la frase. Unos creéis que se refiere a todas las culebras y otros sólo a algunas. ¿Qué podría haber hecho el que dijo la frase para que todos entendiésemos sin problemas lo que hubiera querido decir?

- Decir a cuantas culebras se refiere.
- Poner un cuantificador.

(Si no se diesen este tipo de respuestas, sugerir directamente: "¿Podría haber utilizado un cuantificador?").

* Fijaos, al no "cuantificar" la afirmación unos pueden entender una cosa y otros otra; es un enunciado ambiguo, confuso, pues cabe darle varios significados. En cambio, si hubiese puesto el cuantificador adecuado todos hubiésemos entendido lo mismo, pues sería más preciso, más claro. Los cuantificadores son importantes por esto, porque con frecuencia hacen más precisos los enunciados.

* Sin embargo, incluso con los cuantificadores las frases son a veces ambiguas y podemos interpretarlas de varias maneras. Vamos a tratar de comprender esto. Fijaos en las dos afirmaciones siguientes:

(Escribir en la pizarra las frases que se indican:).

Todas las gaviotas son aves.
Todas las personas son humanos.

----

* ¿Se parecen en algo estos dos enunciados?

- Sí, empiezan con el mismo cuantificador, "Todos", y emplean los dos el verbo "ser".
- Tienen la misma estructura o esqueleto.
- Tienen la misma "forma".

* Bien, pero esperad un momento; ¿podría hacer otras frases que también empezasen con "Todos" y empleasen el verbo "son", pero que hablaran de otras cosas?

- Sí.

* ¿Podéis decirme alguna?

(Recoger varias respuestas y si es necesario corregir cuando realmente no tengan la misma forma que las presentadas).

* Bueno, todos los enunciados que habéis hecho y los de la pizarra comparten el cuantificador "todos" y el verbo "son", pero se diferencian en el contenido; cada uno hablaba de cosas diferentes. Lo que tienen en común, por tanto, como muy bien habéis dicho algunos, es la forma. ¿Cómo podemos expresar esa forma?
(Tras la respuesta, que muy probablemente será correcta, escribir la expresión formal debajo de los dos enunciados anteriores. Si es preciso, ayudarles a recordar lo tratado en el tema 2 sobre la forma de los enunciados y de los argumentos; como es habitual mediante preguntas sugerentes, como por ejemplo:
-"Para expresar sólo la forma no podemos poner ningún contenido concreto; ¿qué poníamos en lugar de los contenidos?
-"La forma debe representar el caso general; ¿recordáis como lo hacíamos?)

Todas las gaviotas son aves.

Todas las personas son humanos.

Todos los A son B

----

* Muy bien, esa es la forma de los enunciados de la pizarra y de todos los demás ejemplos que se os han ocurrido. Sustituyendo A y B por todas las cosas que habéis dicho, tendríamos todos los enunciados; lo que he puesto es lo que vale para todos, ya que todos lo comparten.
* Ahora vamos a fijarnos concretamente en las frases que he escrito en la pizarra que, como hemos dicho, tienen también esa forma: empiezan con "Todos" y emplean el verbo "ser". ¿Creéis que si las representamos con un diagrama saldrá la misma representación?

- Sí/No.

* Vamos a verlo. ¿Cómo representaríamos la primera, que "Todas las gaviotas son aves"?

(Seguramente se expresará la relación de inclusión apropiada. Dibujar el diagrama tras la respuesta junto a enunciado correspondiente. Sombrear la subclase incluida o subclase "Gaviotas":).

Todas las gaviotas son aves.

AVES

GAVIOTAS

----

* Muy bien, aquí vemos que las gaviotas son parte del conjunto de las aves. Todas, por tanto, son aves; es la zona sombreada. Y la zona blanca ¿a qué grupo corresponde?

- A las aves que no son gaviotas.

* Perfecto. Ahora veamos si como hemos pensado antes, sale la misma representación para la segunda afirmación. ¿Cómo representaremos que "Todas la personas son humanos"?

(Probablemente la mayoría responderá rápidamente con la misma respuesta; dibujar entonces el mismo diagrama al lado del anterior para que se aprecie la identidad, tal y como se indica:).

Todas las gaviotas son aves.

AVES

GAVIOTAS

Todas la personas son humanos

HUMANOS

PERSONAS

Todos los A son B

----

* Aquí tenemos que todas las personas pertenecen al grupo de los humanos. Es la parte

sombreada, ¿a qué grupo corresponde la parte blanca?

- A los humanos que no son personas...
- Está mal.

* ¡Vaya!, parece que aquí hay algo raro. ¿alguien puede decirme qué es?

- La representación no es correcta porque ls personas no son una parte de los humanos; no hay humanos que no sean personas; humanos y personas son la misma clase o grupo.

(Si no apareciese espontáneamente este tipo de explicación, preguntar:
-"Este diagrama muestra que parte de los humanos no son personas; ¿eso es cierto?"
-"Entonces, ¿esa representación es correcta?"
Luego de aclarar las respuestas en los términos propuestos anteriormente, continuar:).

* Muy bien, ¿cuál sería la representación correcta?

- Un sólo círculo con los dos nombres.

(Si no se les ocurre, sugerirlo directamente y corregir la representación:).

Todas la personas son humanos

HUMANOS,
PERSONAS

----

* Bien, ya tenemos las dos representaciones correctas. ¿Son realmente iguales, como suponíamos?

- No.

* ¿Por qué hemos pensado que podían ser iguales?

- Tenían la misma forma.

* ¿Qué forma?

- Todos los A son B.

* Y entonces, ¿qué conclusión podemos sacar de lo que acabamos de ver?

- Que una misma forma de enunciado puede tener varias representaciones.

(Si es preciso hacer un cuestionamiento más analítico hasta conseguir el tipo de respuestas propuesto y se comprenda así, de manera clara, que una misma "forma" admite varias representaciones).

* Bien, hemos comprobado, por tanto que con una misma forma dos enunciados pueden ser muy diferentes. Nuestros ejemplos tienen el mismo cuantificador y sin embargo significa cosas distintas: en el primero (señalar) parte de un conjunto mayor, en el segundo (señalar) identidad de dos conjuntos o clases. Teniendo en cuenta esto, si yo quiero dibujar la representación para todos los enunciados de la misma forma, sustituyendo los contenidos concretos con las letras A y B, ¿cómo lo haría?, ¿como en el primer ejemplo?, ¿como en el segundo?, ¿como en los dos?

- Puede ser cualquiera de las dos representaciones.

* ¿De que depende el que se trate de una u otra?

- Del contenido concreto de las clases A y B. En unos casos mantendrán la relación de inclusión y en otros la de identidad.

(Si no se ofreciesen este tipo de respuestas, sugerirlas directamente y clarificar el punto como sigue:).

* Fijaos que el que se refiera esta forma a uno u otro tipo de relación está determinado por la relación real que haya entre las clases A y B. Hay clases que mantienen una relación de inclusión, como en el primer ejemplo, y otras que son en realidad la misma o idéntica clase. Para ambos casos podrá utilizarse la forma. Pero en el caso general (señalar) en el que no se especifica ningún contenido concreto -sino sólo A y B-, habrá que considerar las dos alternativas. Lo mismo habremos de hacer cuando aunque se precisen contenidos concretos, no conozcamos las clases ni su relación real. Por ejemplo, ¿sabríais decirme cuál sería la alternativa correcta para el enunciado "Todos los 'biófagos' son 'geodermos'"?

(En relación con las respuestas precisar lo necesario a fin de que comprendan la necesidad de considerar la doble posibilidad desde el punto de vista formal y lógico. Luego continuar:).

* Así pues esta forma puede referirse a las dos relaciones siguientes:

(Dibujar al lado de expresión formal tal y como se muestra:)

AVES

Todas las gaviotas son aves.

GAVIOTAS

HUMANOS,

Todas la personas son humanos PERSONAS

B

Todos los A son B A, B

A

---

* Bien estas son las representaciones posibles de la forma "Todos los A son B". Teniéndolas en cuenta pensad un momento y decidme: ¿podría también afirmar siempre lo inverso o contrario, es decir, que también "Todos los B son A"?

- No, sólo puede hacerse en el caso en que B y A sean la misma clase.

(Si no apreciasen esto espontáneamente, comprobar la validez de la expresión inversa para cada uno de los diagramas mediante, por ejemplo, la pregunta:
-"¿Es cierto en este diagrama que 'Todos los B son A'?"
Luego continuar revisando en concreto los ejemplos presentados de la manera que sigue:).

* ¿En cual de los ejemplos concretos que tenemos puedo afirmar lo inverso, en el primero o en el segundo?

- En el segundo.

* ¡Claro!, todos los humanos también son personas. Sin embargo aunque todas las gaviotas son aves, no todas las aves son gaviotas. Así pues, de acuerdo con todo lo que acabamos de ver, decidme: ¿siempre que tengamos un enunciado de la forma "Todos los A son B", podremos estar seguros de que su inversa "Todos los B son A" es correcta y significa lo mismo?

- No.

* ¿Por qué?

- Porque depende de si los dos grupos son realmente el mismo, o uno es sólo parte del otro.

(Aclarar lo necesario en el sentido apuntado).

* Bien, ¿y se le ocurre a alguno cómo debería ser el enunciado para que estuviésemos seguros de que se refiere a la identidad de clases y no a la inclusión de una en otra?

- El enunciado compuesto: "Todos los A son B y todos los B son A".

(Si no dan este tipo de respuesta sugerirla entre algunas alternativas incorrectas).

* Muy bien, cuando explícitamente se afirman las dos expresiones podremos estar seguros de que se refiere al caso en que los dos grupos son en realidad uno sólo. Pero para la expresión sencilla caben las dos alternativas. En estos casos creer que la inversa también significa lo mismo, puede llevarnos a error, pues como hemos visto realmente no son reversibles. En la próxima sesión seguiremos hablando sobre esto.

TEMA 4: CUANTIFICADORES

Sesión 2

(Primeramente resumir lo visto en la sesión anterior a partir del esquema que sigue. Presentarlo en la parte superior izquierda, para que pueda irse completando en el transcurso de la sesión).

B

TODOS los A son B A,B

A

----

* Ayer comprobamos que con el mismo cuantificador -el cuantificador "Todos"- y con la misma forma (señalarla en la pizarra), los enunciados pueden tener distintas interpretaciones posibles. En concreto vimos que podían tener esas dos que he escrito: relación de identidad o relación de inclusión. Además vimos, con un par de ejemplos que escribimos en la pizarra, que con esa forma, la formulación inversa no tenía por qué significar lo mismo. Creer en la reversibilidad de las formas de los enunciados constituye un error muy frecuente. Como veremos es muy importante tener en cuenta estos detalles a la hora de razonar sobre argumentos en los que aparece este tipo de enunciado. Por eso vamos a ver si ocurren cosas parecidas con los otros cuantificadores que hemos estudiado.. Voy a escribir de nuevo algunas frases en la pizarra.

Sólo algunas mujeres son policías

Sólo algunas personas son millonarias

(Presentar centralmente pero en la parte más derecha de la pizarra, de modo que quede espacio para la continuación del esquema).

* Veamos, ¿tienen estos enunciados la misma forma?

- Sí.

* ¿Cómo la podemos expresar?

- Sólo algunos A son B.

* Muy bien, vamos a ponerla debajo de la que vimos ayer y así podemos ir haciendo un esquema para todos los cuantificadores.

(Hacerlo)

* Ahora vamos a tratar de representar cada uno de estos enunciados, que tienen esa forma, pero con contenido concreto distinto. ¿Cómo representaríamos que "Sólo algunas mujeres son policías"?

MUJERES POLICIAS

(Probablemente muchos indicarán el diagrama de intersección propuesto. No obstante, si se dieran otras respuestas, hacer preguntas de comprobación. Por ejemplo si se refieren a la inclusión de "POLICIAS" en "MUJERES", preguntar:
-"¿Este diagrama muestra que sólo algunas mujeres son policías o que lo son todas?
Si la respuesta es correcta desde el principio, puede plantearse alguna opción incorrecta para hacer pensar. Cuando todos reconozcan la representación que se ajusta a la realidad, dibujarla según se ha indicado y continuar:).

* Bien, tenemos representado el primer enunciado. Veamos el segundo; ¿cómo representamos que sólo algunas personas son millonarias?

(Aunque en este caso, la relación real entre las clases es de inclusión, probablemente muchos indicarán de nuevo la intersección. En este caso o cualquier otro erróneo, dirigir la discusión en términos de comprobación -tal y como se ha venido haciendo-, hasta que lleguen a comprender y expresar la representación correcta. Como en el caso anterior, si la representación indicada es correcta desde el principio, pueden plantearse algunas alternativas incorrectas a fin de asegurar la comprensión. Finalmente dejar la alternativa adecuada en la pizarra debajo de la anterior:).

PERSONAS

MILLONARIOS

----

* ¿Son iguales las representaciones?

- No.

* ¿Qué ha ocurrido de nuevo?

- Que para la misma forma puede haber dos representaciones distintas.

* ¡Claro!, otra vez ha ocurrido lo mismo. Hay dos alternativas de representación para esa

forma. Vamos, pues, a ponerlo en la pizarra también en términos formales, sustituyendo los contenidos concretos por letras simbólicas, para indicar que pueden ser sustituidas por cualquier contenido.

(Preguntar a los alumnos cómo dibujar los diagramas para la forma general y hacerlo en la pizarra siguiendo sus instrucciones y colocándolos debajo de los anteriores, pero más desplazados de modo que al final se correspondan en la vertical los diagramas de idéntica relación. Si es necesario, corregir las respuestas con nuevas cuestiones. Finalmente debe llegarse a la siguiente representación:).

	A	
SOLO ALGUNOS A SON B	A	B
	B	

----

* Imaginad ahora que en vez de hablar de millonarios o mujeres -que son clases que conocemos bien-, hablásemos de cosas desconocidas. Por ejemplo, de unas nuevas clases de microbios que se acaban de descubrir y que han llamado "CORNOS" y "GUNTAS". Los investigadores nos dicen que "sólo algunos cornos son guntas". ¿Con qué diagrama representaríamos este enunciado, con el primero o con el segundo?

- No podemos saberlo; puede ser cualquiera de los dos.

(Si no se da este tipo de respuesta, sugerir la conveniencia de ambos sucesivamente, y pedir justificación en cada caso. Recogiendo estas respuestas aclarar la ambigüedad del cuantificador "sólo algunos" ante el desconocimiento de la alternativa que corresponde a la realidad. En esta línea, continúese como sigue:).

* Acabamos de ver, pues, que esta forma de enunciado (señalar), también tiene dos alternativas de interpretación; si no tenemos conocimientos sobre el contenido al que se refiera, no sabremos cual de ellas será la que corresponda a la realidad. Los cornos y los guntas son microbios que yo me he inventado, pero muchas veces encontramos argumentos que hablan de cosas reales que desconocemos. Por eso es muy importante saber que existe esa doble posibilidad de interpretación. Si lo tenemos en cuenta, seguramente no nos equivocaremos al evaluar si son correctos o no.

* Pero veo que aún nos queda otra cosa por examinar. Estas (señalar) son las dos posibles interpretaciones para los enunciados de la forma "Sólo algunos A son B". Pero, decidme, ¿serán las mismas para la forma inversa, es decir, para la forma "Sólo algunos B son A"?

(Escribirla debajo de la anterior).

- Sí / No.

* Vamos a examinarlo tomando los ejemplos de los que hemos partido. Hemos dicho que

"Sólo algunas mujeres son policías"; ¿podría decir también que "Sólo algunos policías son mujeres?

- Sí.

* Y esto queda representado por alguna de las alternativas anteriores?

- Sí, por la de la intersección.

* Luego parece que la primera representación sí es correcta también para la forma inversa. Veamos la siguiente. ¿Es también verdad que "Sólo algunos millonarios son personas"?

- No.

* ¿Qué ocurre entonces?

(Si no se da respuesta o es inapropiada, sugerir:
-"¿Es reversible la forma de las proposiciones con el cuantificador "Sólo algunos?
Luego, proseguir:)

* ¿Cuál sería la representación apropiada para esta forma inversa?

- Al revés que la que tenemos; B sería la clase mayor, en este caso los "millonarios" y A la que queda incluida, "las personas".

(Dibujarlo si es necesario).

* Lo cual no corresponde a la realidad. Es la clase de las personas la que incluye a la de los millonarios y no al revés. Visto esto, ¿podremos estar seguros de que para cualquier proposición de la forma "Sólo algunos A son B", también será correcta la inversa, "Sólo algunos B son A"?

- No.

* ¿En qué casos sí podremos estar seguros?

- Cuando las dos clases coincidan en parte.
- Cuando las clases A y B estén interceptadas.

(Asegurar la comprensión haciendo evaluar otros ejemplos de proposiciones; por ejemplo:
-"¿Es reversible la proposición "Sólo algunos juegos son educativos". -¿Y "Sólo algunos artistas son escultores"?.
Luego continuar:).

* Como veis, otra vez hemos comprobado que una misma forma puede tener varias representaciones o interpretaciones posibles. Además, el enunciado inverso no siempre será correcto. Por consiguiente, el cuantificador "Sólo algunos", al igual que vimos con el cuantificador "Todos", genera una forma de enunciado que tampoco es reversible en general. No

es lo mismo decir "Sólo algunos A son B", que decir "Sólo algunos B son A". Son enunciados diferentes y no hay que confundirlos e intercambiarlos como si fueran el mismo. Para algunos contenidos resultará que también la inversa sea correcta o verdadera -como ocurría con los policías y las mujeres-. Pero aún en estos casos, en los que las clases se interceptan, el enunciado inverso es distinto del original.

* Pero aún nos queda por analizar el cuantificador "Ninguno". Vamos a ver si también con él pasa lo mismo.

(Borrar la pizarra y escribir los enunciados siguientes:).

Ningún animal es vegetal

Ningún niño es adulto

----

* Veamos, ¿qué forma tienen estas aseveraciones?

- Ningún A es B.

(Escribir debajo de las anteriores).

* Bien, pues vamos a ver si sus representaciones son iguales o diferentes.

(Pedir a dos alumnos que hagan las representaciones, situando el diagrama, en ambos casos, al lado de la aseveración correspondiente:).

ANIMALES VEGETALES

NIÑOS ADULTOS

----

* ¿Hay entonces alguna diferencia en la representación de las dos afirmaciones anteriores?

- No.

* Bueno, pero esto ha ocurrido en esos dos ejemplos. A lo mejor hay otros que sí tienen una representación diferente. A ver, pensad algún nuevo ejemplo de la forma "Ningún A es B" y veamos si existe alguna otra alternativa de representación para ellos.

(Pedir a varios alumnos un nuevo ejemplo corrigiéndolos si no se ajusta a la forma requerida. Escribir cada ejemplo en la pizarra y ensayar su representación a fin de que todos los alumnos tomen conciencia de que la única representación correcta es del tipo ya reconocido en los primeros ejemplos. Puesto que sólo se busca este efecto, no es necesario que los nuevos ejemplos queden registrados en la pizarra; pueden borrarse sucesivamente tras su análisis).

* Como acabamos de ver todos los ejemplos tienen el mismo tipo de representación; entonces, ¿cómo podemos indicarlo para la forma general, que como hemos dicho es "Ningún A es B"?

(Tras la respuesta, dibujar el diagrama a la derecha aún más desplazado que los anteriores. En este momento la pizarra deberá exhibir todo el esquema del siguiente modo:).

B

TODOS los A son B A, B

A

A

SOLO ALGUNOS A SON B A B

B

NINGUN A es B A B

----

* Pero esperad un momento; todos los ejemplos que hemos visto tienen esa representación. Pero, ¿creéis que puede haber algún otro que verdaderamente tenga una representación distinta?

- No / Sí.

(Si alguien respondiese afirmativamente pedirle justificación; luego aclarar la cuestión como sigue:).

* Veamos, si ningún A es B quiere decir que todos los A están excluidos o sea fuera de la clase B. ¿Hay otro modo en el que pueda ocurrir esta exclusión que no sea la de representar A y B como dos clases diferentes sin relación alguna?

- No.

* ¡Claro ciertamente no es posible. Esta representación es la única para la forma "Ningún A es B". Pero y la forma inversa, "Ningún B es A", ¿tendrá otra representación distinta?

- No, será la misma.

* ¿Por qué?

- Porque como son clases que se excluyen mutuamente, da lo mismo decir "Ningún A es B" que "Ningún B es A". Los dos enunciados dicen lo mismo.

(Precisar lo necesario en la línea de lo propuesto).

* ¡Claro!, veamos los ejemplos. ¿Puedo decir que ningún vegetal es animal?

- Sí.

* ¿Y es también cierto que ningún adulto es niño?

- Sí.

* Bueno, entonces con el cuantificador "Ningún", nos ha salido una forma con algunas diferencias respecto a las de los otros cuantificadores, que se manifiestan claramente en la representación. ¿Cuáles son esas diferencias?

- Sólo tienen una alternativa de representación y además la forma inversa es en todos los casos correcta.

(Precisar en la línea apuntada y recapitular como sigue)

* Muy bien, como siempre que tenemos la forma "Ningún A es B", podemos afirmar también su inversa -que "Ningún B es A"-, se dice que esta forma es "reversible". ¿Recordáis si las formas con los otros cuantificadores, "Todos" y "Sólo algunos" eran reversibles?

- No.

* ¿Por qué?

- Porque al cambiar el orden de A y B en el enunciado se decía una cosa distinta y no siempre correcta.

* ¡Cierto!, vimos que en esos casos no siempre era correcto afirmar la inversa. Esto ocurría porque tenían dos alternativas de interpretación y en una de ellas no coincidían.

(Señalar en la pizarra los aspectos pertinentes según se van aludiendo)

* En cambio, para la forma del cuantificador "Ninguno" sólo cabe una interpretación sobre la relación entre las clases. Teniendo esto en cuenta ¿diríais que este cuantificador es también ambiguo?

- "Ningún" no es ambiguo, únicamente tiene una representación.

* Pues bien, aquí (señalar) tenemos en esquema y en forma gráfica las relaciones entre clases que puede expresar cada cuantificador. Como acabamos de ver y tal y como queda reflejado en este esquema, los cuantificadores "Todos" y "Sólo algunos" resultan ambiguos si no conocemos las clases A y B, pues puede referirse a dos relaciones distintas entre ellas. Por el contrario, el cuantificador "Ningún", aun desconociendo las clases, sabemos que indica sin lugar a dudas una relación de exclusión entre ellas; indica claramente que son independientes y distintas.

TEMA 4: CUANTIFICADORES

Sesión 3

(Antes de comenzar, dibujar el diagrama desarrollado en la sesión anterior. Dejar espacio suficiente para intercalar en él lo relativo a los dos cuantificadores que faltan y que serán tratados en esta sesión. Asimismo salvar algún espacio para las anotaciones adicionales y momentáneas que deban hacerse).

* En la sesión anterior vimos que algunos de estos cuantificadores eran ambiguos y otros no. ¿Cuáles eran?

(Estimular el recuerdo y pedir justificación de las respuestas. En relación con ellas hacer las aclaraciones oportunas).

* Hay ocasiones, sin embargo, en que se utilizan cuantificadores aún más ambiguos que "Todos" y "Sólo algunos". Imaginad que alguien dice, por ejemplo, lo siguiente:

(Escribir este enunciado intercalándolo entre la forma relativa a "Todos" y la de "Sólo algunos", pues a partir del mismo se continuará el esquema).

Algunos sircas son zailas

----

* ¿Alguien conoce las clases de los "sircas" y de los "zailas"?

- No.

* Bueno, pero el enunciado nos dice algo sobre cómo se relacionan; ¿alguien sabría representar esta relación según lo afirmado en el enunciado?

(Recoger todas las respuestas que se les ocurran, registrando en la pizarra las representaciones de aquellas referidas a las alternativas correctas. Puede dejarse a los alumnos dibujar el diagrama que propongan, -pero cuidar de que lo hagan en el lugar paralelo a su homólogo ya apuntado para los cuantificadores vistos en la sesión anterior-. Es muy improbable que ofrezcan la única alternativa incorrecta que corresponde a "ningún". No obstante, si apareciese, no debe rechazarse. Puesto que nuestro objetivo inmediato es hacer caer en la cuenta de que "Alguno" es precisamente y solamente la negación de "Ninguno", la inconsistencia de esta alternativa debe quedar clara al final. De todos modos , lo más probable es que sólo generen las alternativas correspondientes a "Sólo algunos", pues no ofrecen dificultad. En cualquier caso empezar con ellas -sugiriéndolas directamente si fuese necesario-, procediendo como sigue:

* Bueno, vamos a intentar comprobar si las representaciones que habéis pensado son correctas o no; es decir, si reflejan realmente la relación entre sircas y zailas expresada en el enunciado. Fijémonos primero en este...

SIRCAS ZAILAS

(Si no hubiese aparecido la intersección se sugiere previamente:
-"¿Creéis que esta representación puede ser correcta?")

* ¿Representa este diagrama que algunos sircas son zailas?

- Sí / No.

(Para aclarar cualquier duda o asegurar la comprensión, aún en el caso de acierto, hacer tres cruces en la parte común de A y B diciendo:
-"Estos son, como veis, algunos de los sircas, 3 en concreto; ¿estos tres sircas son también zailas?"
Este tipo de preguntas seguramente les hará caer en la cuenta de que ciertamente 'algunos SIRCAS son ZAILAS'. Luego continuar:).

* Efectivamente, en este diagrama se aprecia que algunos sircas son zailas. Por tanto, el enunciado podría referirse perfectamente a esta relación de intersección entre SIRCAS y ZAILAS. ¿Conocéis alguno dos clases de cosas que guarden esta misma relación?

- La clase de los hombres casados y la de los futbolistas.

(Si no se ofrece ningún ejemplo, sugerir el apuntado).

* Bien, veamos si la intersección entre estas dos clases es lo que ocurre en la realidad; veamos si es correcta.

(Dibujar el diagrama en un lugar apartado).

H.CASADOS FUTBOLISTAS

----

* ¿Este diagrama representa realmente lo que ocurre en la realidad?

(Probablemente estarán de acuerdo. No obstante, pedir explicación en cualquier caso y precisar y aclarar si es necesario).

* Bien, entonces decidme: respecto a esas dos clases que conocemos tan bien ¿podríamos decir, como se ha dicho en el caso anterior, que "Algunos hombres casados son futbolistas?

- Sí.

* Luego acabamos de probar con un ejemplo conocido que la relación de intersección podría ser la que expresa también el enunciado sobre los sircas y zailas, que son clases que desconocemos. Pero quizá podría expresar otra relación distinta. Fijémonos en este otro diagrama que representa otra relación y veamos si también es correcta para nuestro enunciado.

SIRCAS

ZAILAS

(Si no hubiese aparecido esta inclusión de los zailas en los sircas, sugerir como se hizo anteriormente).

* ¿Representa este diagrama que "Algunos sircas son zailas"?

- Sí / No.

(Aclarar en cualquier caso mediante la estrategia de las "Xs". En este caso se situarán dentro del grupo de los ZAILAS y se harán el mismo tipo de preguntas que en la ocasión anterior).

SIRCAS

ZAILAS

xxx

----

* Como vemos, también parece que este diagrama sirve. Podría ser que el enunciado se refiriese a esta relación de inclusión - los zailas están metidos o incluidos dentro de los sircas- y no a la de intersección que hemos visto anteriormente. ¿Conocéis algún ejemplo de clases conocidas que guarden esta misma relación de inclusión?

- La clase de las personas incluye a la clase de los chinos.

(Dibujar el diagrama de nuevo en un lugar apartado. Sugerir el ejemplo propuesto si si no se ofreciese ninguno correcto).

PERSONAS

CHINOS

----

* Bien, en este caso conocido, podemos decir que "Algunas personas son chinos". Así pues, de nuevo comprobamos claramente que con el cuantificador "Algunos" podemos referirnos a dos alternativas de relación entre las clases. Veamos si sigue siendo compatible con alguna alternativa más:

ZAILAS

SIRCAS

(De nuevo, presentar esta inclusión inversa si no hubiera sido sugerida por los alumnos anteriormente).

* ¿Representa este diagrama que algunos sircas son zailas?

- No / Sí.

(La respuesta más probable en este caso es la negativa puesto que el diagrama tenderá a interpretarse como que "Todos los sircas son zailas" y no "algunos". Siendo este el caso, pedir explicación y luego aclarar mediante la estrategia de las "Xs". En este caso la representación es inversa a la anterior:).

ZAILAS

SIRCAS
xxx

(A fin de reforzar la comprensión, continúese como sigue:).

* Como veis, cuando alguien emplea el cuantificador "Algunos", no podemos descartar que se refiera a "Todos". Si como ocurre en esta relación de inclusión, todos los sircas están incluidos en el grupo mayor de los zailas, es también correcto decir que algunos sircas son zailas.. Fijaos que esta relación es la inversa de la que hemos visto anteriormente; ¿cuál era antes el grupo menor?

- El de los ZAILAS.

* Y ahora, ¿cuál es?

- El de los SIRCAS.

* Son pues, diferentes relaciones; sin embargo, como acabamos de ver, a cualquiera de las dos puede hacer referencia el enunciado "Algunos SIRCAS son ZAILAS". Pero, además, quedan aún otras alternativas por considerar:

SIRCAS,
ZAILAS

----

* ¿Representa este diagrama que "Algunos sircas son zailas"?

- No / Sí.

(De nuevo es probable una respuesta negativa más generalizada por la misma razón que se ha expuesto para el caso anterior. Por consiguiente, deberá clarificarse otra vez su adecuación con el procedimiento de las "Xs", preguntando si son simultáneamente elementos de ambos grupos. Luego, para asegurar la comprensión, continuar como sigue:

SIRCAS,
ZAILAS
xxx

----

* ¿Cómo es la relación entre las clases en este diagrama?

- De identidad.

* Muy bien, los sircas y los zailas son la misma clase. Así que todos los sircas son zailas y todos los zailas son sircas. Y como en el caso anterior, si hablamos de "Todos", podemos hablar de "Algunos". Por tanto, el enunciado "Algunos sircas son zailas" también puede referirse a que las dos clases sean la misma, es decir, a la identidad entre las dos clases. ¿Se os ocurren clases conocidas que guarden esta relación?

- Las plantas y los vegetales.

* Muy bien, las plantas y los vegetales son la misma clase. Y ¿puede decirse entonces que "Algunas plantas son vegetales"?

- Sí.

(Referirse a algún ejemplo correcto de los que hayan propuesto. De no ser así, sugerir el apuntado).

* ¡Claro!, igual que en el caso anterior, "Algunos" no excluye que puedan ser "Todos". Como veis, tenemos hasta ahora cuatro alternativas de interpretación para el enunciado con el cuantificador "Algunos". Pero comparad esas alternativas con las que nos salieron para los cuantificadores "Todos" y "Sólo algunos"; ¿qué ocurre?

- Son las mismas; "Algunos" puede referirse tanto a las alternativas de "Todos" como a las de "Sólo algunos".

(Hacer un cuestionamiento más preciso, si es necesario, hasta llegar a esta apreciación. Si es necesario, aclarar cómo la semejanza se da pese a que en los anteriores diagramas se tenga representada la forma general y no un contenido concreto como es ahora el caso. Para ello, puede cuestionarse, precisamente, si la representación formal del nuevo cuantificador ofrecería las coincidencias señaladas).

* Muy bien, notad, por tanto que "Algunos" sin más, es diferente de "Sólo algunos". Este es ambiguo pero sólo tiene dos alternativas de interpretación, mientras que "Algunos" recoge las de "Sólo algunos" y las de "Todos"; cuatro en total.

(Señalar oportunamente en la pizarra al hacer estas apreciaciones).

* Aunque en realidad todavía nos queda por ver si también vale para "Algunos" la representación que corresponde a "Ninguno", porque entonces serían cinco.

(Dibujar el diagrama).

SIRCAS ZAILAS

----

* ¿Representa este diagrama que "Algunos sircas son zailas"?

- No / Sí.

(Aunque es improbable la respuesta afirmativa, para mayor aclaración continuar como sigue:).

* ¿Puedo poner en algún lugar de este diagrama algunas cruces que representen sircas y que a la vez sean zailas -tal y como ocurría en los anteriores casos-?

- No.

* Cierto. Como veis esta es la única representación que no sirve para el enunciado. Todas las

demás, sin embargo, son representaciones correctas. ¿Qué querrá decir esto?; pensad un momento y decidme: ¿qué es lo único que se nos asegura cuando se utiliza el cuantificador "Algunos"?

- Que no existe la relación de exclusión entre las clases.
- Que no puede afirmarse que esas clases son independientes.

(Si es necesario hacer ver este aspecto recapitulando las demostraciones examinadas respecto a cada alternativa, o precisar en la línea apuntada).

* Así pues, al decirnos que "Algunos sircas son zailas", lo único que sabemos con certeza es que los sircas y los zailas se relacionan de alguna manera -no son independientes-, pero no sabemos de qué manera en concreto; podría ser cualquiera de las alternativas que hemos apuntado. Cuando desconocemos, como aquí, las clases en juego no podremos decidir a cual de esas alternativas se refiere puesto que no lo precisa. En resumen, "Alguno" nada más significa que "No ninguno"; o dicho de otra manera, significa que "Al menos uno", pero podría pasar de uno y referirse incluso a todos como ya hemos visto.

(Escribir "Al menos uno" debajo de "algunos" y entre paréntesis.)

* Bien, aquí tenemos las representaciones posibles relativas al cuantificador "Algunos". Pero las tenemos con un contenido concreto: las clases de los sircas y de los zailas. ¿Cómo podemos corregirlo para que, como en los demás, se refiera al caso general?

(Probablemente no tendrán dificultad en reconocer la forma general del enunciado y, consecuentemente, referir las relaciones representadas a las clases A y B. Pedir a un alumno que haga las sustituciones oportunas, ayudándolo si es preciso. Luego continuar:).

* "Algunos" es el cuantificador más ambiguo que podemos utilizar, pero aún hay otro también muy impreciso. Imaginad que os encontráis un enunciado de la forma siguiente:

No todos los A son B

(Como se alude ya directamente a la forma, puede escribirse directamente en el esquema, intercalándola entre la de "Sólo algunos" y "ninguno". Después expresar varios ejemplos de contenido conocido con esa forma; por ejemplo, "No todos los escolares son de séptimo", "No todos los cantantes son famosos", "No todos los rotuladores son rojos", ...Luego continuar:).

* No obstante, imaginad que A y B son, como antes, dos clases desconocidas cualesquiera. ¿Qué relaciones entre A y B expresa ese enunciado?, ¿a cuál o cuáles de las que aquí tenemos podría referirse?

(Dejar que algunos alumnos ofrezcan sus respuestas y pedirles justificación felicitándola si es apropiada. Luego continuar como sigue para lograr una comprensión generalizada:).

* Bueno, vamos a analizar cuáles de las representaciones valen para este enunciado y cuáles no. Empecemos también, como antes, con las alternativas que corresponden a "Sólo algunos".

(Señalar la intersección y representarla en su lugar).

A B

----

* Veamos la intersección. Según este diagrama, ¿es cierto que "No todos los A son B"?

- Sí.

* Vamos a sombrear los A que no son B. ¿Cuáles A no son B?

- Los de la parte izquierda.

(Hacer el sombreado)

* Muy bien, parece pues, que ese enunciado podría referirse perfectamente a este tipo de diagrama, a la intersección entre A y B. Veamos el segundo:

(Dibujarlo de nuevo siguiendo el esquema, como anteriormente).

A

B

----

* Es cierto también aquí, que "No todos los A son B"?

- Sí.

* Bien, ¿qué parte corresponde a los A que no son B?

- Todo el contorno de B.

(Hacer el sombreado).

* Muy bien; entonces ¿sirve también esta relación de inclusión para nuestro enunciado?

- Sí.

* Veamos ahora el diagrama que corresponde a "Ninguno":

(Repetir de nuevo).

A B

----

* ¿Se aprecia también aquí que "No todos los A son B"?

- No / Sí.

(De nuevo es posible que se de aquí una respuesta negativa por la tendencia a considerar "No todos" como "Sólo algunos". Así pues, pedir justificación de las respuestas y finalmente, clarificar el punto mediante la estrategia de las "Xs". Disponerlas en A tal y como se muestra y hacer ver que tales elementos siendo de A no lo son de B:).

A B
xxx

----

* Como ocurría con "Algunos", solemos hablar de "No todos" para referirnos en realidad a "Sólo algunos"; es decir, en nuestro lenguaje cotidiano no hacemos diferencia entre "Algunos", "Sólo algunos" y "No todos"; con los tres solemos referirnos a alguna de las alternativas de "Sólo algunos", pues son las que los tres comparten. Pero como veis, en realidad son cuantificadores diferentes. De la misma manera que "Algunos" era compatible con las relaciones expresadas por "Todos", así "No todos" también es compatible con la relación de exclusión que corresponde a "Ninguno". Pero decidme una cosa: ¿"No todos será también compatible con las alternativas de "Todos"?

(Señalarlas).

B
A, B
A

- No.

* ¿Por qué?

- Está claro, en esas alternativas ocurre todo lo contrario: "Todos los A son B".

* ¡Claro!, su mismo nombre lo indica "No todos". Ahora quiero que comparéis las alternativas del cuantificador "No todos" y "Algunos". ¿Qué ocurre?, ¿cuáles comparten o tienen en común?

- Las que corresponden a "Sólo algunos".

* ¿Y en cuales difieren?, ¿cuáles son las alternativas distintas?

- "Algunos" recoge las que corresponden a "Todos", mientras que "No todos" recoge la correspondiente a "Ninguno".

* Cierto. Claramente "Algunos" y "No todos" son paralelos. Como ya hemos visto, simplemente "Algunos" es "No ninguno" y admite todos los demás; y "No todos" es lo mismo que "Algunos no" y admite todos las demás. Por ello vienen a compartir las alternativas centrales que corresponden a "Sólo algunos". De hecho, curiosamente, "Sólo algunos" es equivalente al cuantificador combinado de "Algunos pero no todos".

(Puede escribirse también debajo de "Sólo algunos"; después cerrar la sesión como sigue:).

* En resumen, tenemos aquí todas las alternativas de relación entre dos clases, a las que se refieren cada uno de los cuantificadores. Excepto "Ninguno", todos los demás tienen más de una posible interpretación, lo cual deberemos tener muy en cuenta cuando hagamos o evaluemos argumentos que utilicen esos cuantificadores. Fijaos, además, que las posibles relaciones entre las dos clases A y B, sólo son cinco: la identidad, la inclusión de A en B, la inclusión de B en A, la intersección y la exclusión...

(Ir señalando la vertical pertinente en cada caso).

* ..., y que cada cuantificador se refiere a algunas de ellas, pero no a todas; es decir, cada cuantificador se refiere sólo a algunas. Y al decir esto, acabo de utilizar correctamente el cuantificador "sólo algunos". En la próxima sesión practicaréis vosotros con todos ellos.

TEMA 4: CUANTIFICADORES

PRACTICA TEMA 4

Distribúyase una copia de los ejercicios a cada alumno. Tras ello y como viene haciéndose hasta ahora, hágase una breve presentación explicando cada ejercicio y aclarando las dudas que puedan surgir en cuanto a su resolución. Durante la ejecución préstese ayuda individual a los alumnos que lo requieran. Una vez finalizada la tarea o agotado el tiempo disponible, se procederá a la corrección en grupo de los ejercicios. Para cada uno de ellos se pedirá a algunos alumnos la respuesta que han dado y su justificación. En relación con estas respuestas y en la misma línea de procedimiento ya explicado en temas anteriores, se corregirá, precisará o reforzará el aspecto de interés, revisando de nuevo lo tratado al respecto en el tema. Tras cada ejercicio ofrecemos indicaciones para su corrección y una muestra del cuestionamiento oportuno que servirá de base para la interacción en el aula. Finalmente presentamos una copia de los ejercicios resueltos para el profesor.

EJERCICIOS

1) Basándote en tu conocimiento sobre los clases referidas, completa los enunciados siguientes con el cuantificador que consideres más apropiado. Elige entre los que hemos estudiado como básicos: Todos, Ninguno, Sólo algunos, No todos y Algunos.

_________________los ordenadores son máquinas.

_________________caballos son animales domésticos.

_________________planetas tienen vida.

_________________pez es reptil.

_________________las energías son útiles.

(Evidentemente, muchos de los enunciados de este ejercicio admiten más de un cuantificador. Por ejemplo, en el primer caso, tan cierto es que "Todos los ordenadores son máquinas", como que "Algunos ordenadores son máquinas". Asimismo, el segundo ejemplo admite los tres cuantificadores particulares: "Algunos", "Sólo algunos" y "No todos". Esto se debe precisamente a la amplitud de significado de la mayoría de los cuantificadores -aspecto que ha sido estudiado en el tema-. Por consiguiente, al corregir el ejercicio, no sólo se aceptarán todas las alternativas correctas, sino que se tratarán de generar cuando no aparezcan espontáneamente. Para ello, en cada enunciado se pedirá respuesta a varios alumnos. Si aún no apareciesen todas las alternativas, se preguntará:

"¿Alguien ha utilizado otro cuantificador diferente?"

Y en caso de que todavía no se ofrezcan, sugerirlas directamente; por ejemplo:

"¿Sería correcto decir que 'Algunos ordenadores son máquinas"?

En este, como en los demás ejercicios que siguen, se trata de afianzar la comprensión del significado de los cuantificadores; en particular, es importante que lleguen a entender que "No todos", no es incompatible con "Ninguno" y que "Algunos" no es incompatible con "Todos". Por ello, en los casos es que estas alternativas sean las correctas, se cuestionarán tales posibilidades en la forma que acabamos de ilustrar. Sin embargo, también es importante que, como respuesta final al ejercicio, se opte por el cuantificador que haga más preciso el enunciado de acuerdo con el conocimiento que se posea sobre su contenido. Siguiendo con el ejemplo anterior, podría preguntarse:

"Teniendo en cuenta lo que sabemos sobre los ordenadores, ¿cuál de estos cuantificadores que podemos utilizar, crees que es el más adecuado para completar el enunciado?; ¿es más adecuado decir que 'Algunos ordenadores son máquinas' o que 'Todos los ordenadores son máquinas'?; ¿cuál de las dos frases expresa con más precisión nuestro conocimiento sobre los ordenadores").

2) Debajo de cada uno de los cuantificadores que has utilizado en el ejercicio anterior, escribe otra expresión cuantificadora que a tu juicio precise aún más el significado de cada enunciado. Por ejemplo, puedes utilizar expresiones como "unos pocos", "la mayoría", "algo más de la mitad", etc.

(Este ejercicio pretende dejar en los alumnos una clara constancia de las diversas maneras en que pueden cuantificarse las cosas, con el fin de conseguir mayor precisión que la que proporcionan los cuantificadores básicos. En la corrección, por lo tanto, se trata de incidir en este punto. Para ello bastará con que mediante preguntas se estimule, en primer lugar, la producción de distintas alternativas de expresión:

"¿A alguien se le ocurre alguna otra expresión para indicar los ordenadores que son máquinas?; ¿podríamos decir que 'gran cantidad' de caballos son animales domésticos?; ¿es correcto decir que 'unas cuantas' palabras son preposiciones?".

Después se les pedirá elegir la alternativa que exprese con mayor precisión la relación cuantitativa entre las clases, según lo que conocemos a su respecto:

"¿Cuál es la alternativa más precisa?; ¿cómo especificaremos mejor la información que conocemos, diciendo que 'varias' palabras son preposiciones o diciendo que 'un pequeño número' de palabras son preposiciones?").

3) Observa con cuidado las figuras e indica si son verdaderas o falsas las aseveraciones que hay a continuación poniendo una V o una F delante de cada una.

(Ver figuras en el Material para el alumno)

1) ___No todas las figuras rayadas son triángulos.

2) ___Todos los cuadrados son negros.

3) ___Sólo algunos de los círculos están rayados. etc.

Este tercer ejercicio proporciona en un contexto más formalizado, una nueva oportunidad de practicar y clarificar el significado de los cuantificadores básicos. Es aquí donde los alumnos podrán apreciar de forma más clara las implicaciones de cada uno de ellos. De nuevo, en la corrección, se resaltará en particular el hecho de que "Algunos" puede utilizarse correctamente cuando en realidad la situación atañe a todos los elementos de una clase; y que "No todos" también puede utilizarse aun cuando en realidad ninguno de los elementos esté implicado. Hágase repetidamente la aclaración de que "Algunos" sólo significa "por lo menos uno" y "No todos", "por lo menos uno no". En esta línea y en relación con los enunciados pueden hacerse preguntas como las que siguen:

"¿Cuántos cuadrados punteados necesitamos encontrar como mínimo para que el 5 enunciado sea verdadero?; ¿si todos los cuadrados que encontremos están punteados sería verdadera?; Imaginad que encontramos que todos los cuadrados están punteados menos uno, ¿sería verdadera la 5 proposición?; ¿y podríamos decir en este caso que "No todos" los cuadrados están punteados?; ¿Y "Sólo algunos"?).

4) A continuación de cada uno de los enunciados anteriores indica:

a) - cuáles son reversibles, es decir, cuáles por su forma pueden invertirse sin cambiar el significado. Para ello puedes poner al final del enunciado "Rev.".

b) -cuáles por su contenido producen al invertirse otros enunciados verdaderos aunque de hecho no sean reversibles. Para ello puedes poner al final del enunciado "RM".

(Con este ejercicio se practicarán dos distinciones importantes:

1- cuantificadores reversibles v.s. no reversibles; sólo los cuantificadores "Algunos" y "Ninguno" generan enunciados reversibles independientemente del contenido al que se refieran - tal y como se ha estudiado en el tema-.

2- reversibilidad formal v.s. reversibilidad material o de contenido; la primera depende únicamente de los cuantificadores utilizados (relativa al punto anterior), mientras que la segunda se refiere a lo que de hecho ocurre en la realidad.

Por ejemplo, "Todas las plantas son vegetales", no es reversible desde el punto de vista formal, puesto que el cuantificador "Todos" no lo es. Pero si lo es desde el punto de vista material, dado que de hecho ocurre también que "Todos los vegetales son plantas". Es importante que los niños comprendan y tengan presentes estas distinciones. Por consiguiente deben examinarse y clarificarse al revisar las respuestas en cada uno de los enunciados. Pueden hacerse preguntas como las que siguen:

"¿Es reversible el enunciado según su forma?; ¿por qué?; ¿en qué te basas?; ¿tiene eso algo que ver con el cuantificador utilizado?; ¿y con el contenido?; ¿es que ocurre así en la realidad? (es decir, en las figuras); ¿es que el cuantificador es reversible?; ¿y eso qué significa?; ¿puedes ponerme algún ejemplo semejante con contenido de la vida real?".

"¿Es reversible el enunciado según su contenido?; ¿por qué?; ¿en qué te basas?; ¿tiene eso algo que ver con el cuantificador utilizado?; ¿cómo es?; ¿y con el contenido?; ¿es que ocurre una y otra cosa en la realidad?; ¿estás seguro?; ¿ocurriría lo mismo si el cuantificador fuese reversible/irreversible?; ¿puedes ponerme un ejemplo de la vida real con un/otro cuantificador reversible/irreversible, en el que se aprecie de nuevo cómo en la realidad ocurren/no ocurren ambas alternativas?").

5) Representa mediante diagramas todas las alternativas de interpretación que pueden considerarse correctas para cada enunciado, teniendo en cuenta el cuantificador utilizado.

Algunos perros son mamíferos.

No todos los curas llevan sotana.

etc.

6) Utilizando diferentes cuantificadores, escribe diez enunciados que expresen algo verdadero respecto al diagrama que sigue, y que relacionen en cada caso dos de las clases que aparecen.

C D

A B

F E

G

7) Traza una línea desde cada diagrama al enunciado o enunciados que represente. (Expresados formalmente)

8) Debajo de cada diagrama escribe el número de todas las aseveraciones que puede representar. (Con contenido)

(Los ejercicios 5, 6, 7 y 8 servirán para continuar la práctica en la representación mediante diagramas de enunciados y argumentos y en la adecuada interpretación de tales representaciones, especialmente en lo relativo al significado e implicaciones de los cuantificadores. Esto es lo que de nuevo se tendrá en cuenta al corregirlos. El alumno no sólo de entender las diversas alternativas de representación para un mismo enunciado según el cuantificador que le afecte, sino que también debe saber generarlas por sí mismo. Por otro lado también debe ser capaz de utilizar las diversas descripciones que admite una misma representación, dependiendo de su complejidad y de la relación de clases considerada. En la revisión de estos ejercicios, por tanto, examínense todos estos aspectos y, mediante el cuestionamiento habitual, llévese a los alumnos a una adecuada comprensión y uso de los mismos. El tipo de preguntas que ofrecemos a continuación resultarán pertinentes:

(5) "¿Para que el diagrama represente verdaderamente al enunciado, cuántos (clase x) como mínimo debe verse que son (clase y)?; ¿estos otros diagramas representan también lo que expresa el enunciado? -sugerir para otros correctos o incorrectos dibujados en la pizarra-; ¿Qué tipo de diagrama o diagramas seguro que no pueden representar el enunciado?".

(6,7 y 8) "¿Para hacer un enunciado correcto en qué te tienes que fijar?; ¿cuántas clases hay?; ¿y relaciones entre esas clase hay más o menos?; ¿podríamos utilizar en algún caso varios cuantificadores para describir una misma relación?; ¿por qué?; ¿y qué alternativa sería más conveniente elegir?; ¿por qué?; ¿sin embargo, podríamos aceptar todas las alternativas como enunciados que están correctamente representados en el diagrama?; ¿son enunciados diferentes?; ¿se refieren a distintas relaciones o no es necesario?; ¿hay algún enunciado que se refiera a más de una relación entre clases?; ¿cómo se explica eso?

Material para el alumno

EJERCICIOS

1) Basándote en tu conocimiento sobre los clases referidas, completa los enunciados siguientes con el cuantificador que consideres más apropiado. Elige entre los que hemos estudiado como básicos: Todos, Ninguno, Sólo algunos, No todos y Algunos.

_________________los ordenadores son máquinas.

_________________caballos son animales domésticos.

_________________planetas tienen vida.

_________________pez es reptil.

_________________las energías son útiles.

2) Debajo de cada uno de los cuantificadores que has utilizado en el ejercicio anterior, escribe otra expresión cuantificadora que a tu juicio precise aún más el significado de cada enunciado. Por ejemplo, puedes utilizar expresiones como "unos pocos", "la mayoría", "algo más de la mitad", etc.

3) Observa con cuidado las figuras e indica si son verdaderas o falsas las aseveraciones que hay a continuación poniendo una V o una F delante de cada una.

(FIGURAS GEOMETRICAS)

1) ___No todas las figuras rayadas son triángulos.

2) ___Todos los cuadrados son negros.

3) ___Sólo algunos de los círculos están rayados.

4) ___Ninguna de las figuras punteadas es un rombo.

5) ___Algunos cuadrados están punteados.

6) ___Ningún triángulo está punteado.

7) ___No todos los círculos son negros.

8) ___Algunas figuras son geométricas.

9) ___Todos los rombos están rayados.

10) ___Sólo algunas figuras son geométricas.

4) A continuación de cada uno de los enunciados anteriores indica:

a) - cuáles son reversibles, es decir, cuáles por su forma pueden invertirse sin cambiar el significado. Para ello puedes poner al final del enunciado "Rev.".

b) -cuáles por su contenido producen al invertirse otros enunciados verdaderos aunque de hecho no sean reversibles. Para ello puedes poner al final del enunciado "RM".

5) Representa mediante diagramas todas las alternativas de interpretación que pueden considerarse correctas para cada enunciado, teniendo en cuenta el cuantificador utilizado.

Algunos perros son mamíferos.

No todos los curas llevan sotana.

Todos los planetas son astros.

Ningún militar es pacifista.

Sólo algunos vinos son de La Rioja.

6) Utilizando diferentes cuantificadores, escribe diez enunciados que expresen algo verdadero respecto al diagrama que sigue, y que relacionen en cada caso dos de las clases que aparecen.

C D

A B
F E

G

7) Traza una línea desde cada diagrama al enunciado o enunciados que represente.

Todos los A son B.

Algunos A son B.

Sólo algunos A son B.

No todos los A son B.

Ningún A es B.

Todos los B son A.

Algunos b son A.

Sólo algunos B son A.

No todos los B son A.

Ningún B es A.

A, B

A

B

B

A

A B

A B

8) Debajo de cada diagrama escribe el número de todas las aseveraciones que puede representar.

sillas cosas de hierro	electrodomésticos lavadora	comestibles muebles	aparatos, máquinas

1. Todos los electrodomésticos son lavadoras.
2. Ningún comestible es mueble.
3. Algunas lavadoras son electrodomésticos.
4. Algunas cosas de hierro son sillas.
5. Todos los aparatos son máquinas.
6. Ninguna silla es de hierro.
7. Sólo algunas máquinas son aparatos.
8. No todas las sillas son de hierro.
9. Ningún mueble es comestible.
10. Algunas sillas son de hierro.
11. Algunos electrodomésticos son lavadoras.
12. No todas las cosas de hierro son sillas.
13. Sólo algunas lavadoras son electrodomésticos.
14. Sólo algunas sillas son de hierro.
15. No todos los muebles son comestibles.
16. Todas las lavadoras son electrodomésticos.
17. Todas las máquinas son aparatos.
18. Algunos comestibles son muebles.
19. No todos los electrodomésticos son lavadoras.
20. Algunos aparatos son máquinas.
21. No todos los comestibles son muebles.
22. Sólo algunos aparatos son máquinas.
23. No todas las lavadoras son electrodomésticos.
24. Algunas máquinas son aparatos.
25. Sólo algunos electrodomésticos son lavadoras.

EJERCICIOS

1) Basándote en tu conocimiento sobre los clases referidas, completa los enunciados siguientes con el cuantificador que consideres más apropiado. Elige entre los que hemos estudiado como básicos: Todos, Ninguno, Sólo algunos, No todos y Algunos.

____(Todos)_____los ordenadores son máquinas.

_(Sólo algunos)_caballos son animales domésticos.

___(Algunos)____planetas tienen vida.

____(Ningún)____pez es reptil.

___(No todas)___las energías son útiles.

2) Debajo de cada uno de los cuantificadores que has utilizado en el ejercicio anterior, escribe otra expresión cuantificadora que a tu juicio precise aún más el significado de cada enunciado. Por ejemplo, puedes utilizar expresiones como "unos pocos", "la mayoría", "algo más de la mitad", etc.

3) Observa con cuidado las figuras e indica si son verdaderas o falsas las aseveraciones que hay a continuación poniendo una V o una F delante de cada una

1) _V_No todas las figuras rayadas son triángulos.

2) _V_Todos los cuadrados son negros.

3) _V_Sólo algunos de los círculos están rayados.

4) _F_Ninguna de las figuras punteadas es un rombo.

5) _F_Algunos cuadrados están punteados.

6) _V_Ningún triángulo está punteado.

7) _F_No todos los círculos son negros.

8) _V_Algunas figuras son geométricas.

9) _F_Todos los rombos están rayados.

10) _F_Sólo algunas figuras son geométricas.

4) A continuación de cada uno de los enunciados anteriores indica:

a) -cuáles son reversibles teniendo en cuenta su contenido (independientemente de la forma). Para ello puedes poner al final del enunciado "RM".

b)- cuáles son reversibles teniendo en cuenta su forma (independientemente del contenido). Para ello puedes poner al final del enunciado "RF".

(Pon "RM" y "RF" cuando el enunciado sea reversible según ambos criterios).

5) Representa mediante diagramas todas las alternativas de interpretación que pueden considerarse correctas para cada enunciado, teniendo en cuenta el cuantificador utilizado.

Algunos perros son mamíferos.

No todos los curas llevan sotana.

Todos los planetas son astros.

Ningún militar es pacifista.

Sólo algunos vinos son de La Rioja.

6) Utilizando diferentes cuantificadores, escribe diez enunciados que expresen algo verdadero respecto al diagrama que sigue, y que relacionen en cada caso dos de las clases que aparecen.

C D

A B

F E

G

7) Traza una línea desde cada diagrama al enunciado o enunciados que represente.

Todos los A son B.	A, B
Algunos A son B.	
	A
Sólo algunos A son B.	
	B
No todos los A son B.	
Ningún A es B.	B
Todos los B son A.	A
Algunos b son A.	
	A B
Sólo algunos B son A.	
No todos los B son A.	
	A B
Ningún B es A.	

8) Debajo de cada diagrama escribe el número de todas las aseveraciones que puede representar.

sillas cosas de hierro	electrodomésticos lavadora	comestibles muebles	aparatos, máquinas

1. Todos los electrodomésticos son lavadoras.
2. Ningún comestible es mueble.
3. Algunas lavadoras son electrodomésticos.
4. Algunas cosas de hierro son sillas.
5. Todos los aparatos son máquinas.
6. Ninguna silla es de hierro.

7. Sólo algunas máquinas son aparatos.
8. No todas las sillas son de hierro.
9. Ningún mueble es comestible.
10. Algunas sillas son de hierro.
11. Algunos electrodomésticos son lavadoras.
12. No todas las cosas de hierro son sillas.
13. Sólo algunas lavadoras son electrodomésticos.
14. Sólo algunas sillas son de hierro.
15. No todos los muebles son comestibles.
16. Todas las lavadoras son electrodomésticos.
17. Todas las máquinas son aparatos.
18. Algunos comestibles son muebles.
19. No todos los electrodomésticos son lavadoras.
20. Algunos aparatos son máquinas.
21. No todos los comestibles son muebles.
22. Sólo algunos aparatos son máquinas.
23. No todas las lavadoras son electrodomésticos.
24. Algunas máquinas son aparatos.
25. Sólo algunos electrodomésticos son lavadoras.